***НОВ БЪЛГАРСКИ УНИВЕРСИТЕТ***

**Матрични трансформации – интерактивен самоучител**

***Дипломна работа за образователна степен бакалавър по информатика на***

Йордан Милков Костадинов, F76814

учебна година 2019/2020

Contents

[Въведение 4](#_Toc34604154)

[Матрични трансформации 5](#_Toc34604155)

[Определение на Трансформация: 5](#_Toc34604156)

[Вектор 5](#_Toc34604157)

[Координатни системи. 6](#_Toc34604158)

[Декартова 6](#_Toc34604159)

[Полярна координатна система (в 2D) 7](#_Toc34604160)

[Цилиндрична координатна система 8](#_Toc34604161)

[Сферична координатна система: 9](#_Toc34604162)

[Видове трансформации: 9](#_Toc34604163)

[Афинни трансформации: 9](#_Toc34604164)

[Скалиране 9](#_Toc34604165)

[Ротация 10](#_Toc34604166)

[Транслация 11](#_Toc34604167)

[Скалиране и ротация с хомогенна координата система: 12](#_Toc34604168)

[Наклоняване (shearing) 13](#_Toc34604169)

[Отражение: 14](#_Toc34604170)

[**Неафинни трансформации:** 15](#_Toc34604171)

[Заостряне (tapering): 15](#_Toc34604172)

[Усукване (twisting) 15](#_Toc34604173)

[Превиване (bending): 16](#_Toc34604174)

[Композиция от трансформации: 17](#_Toc34604175)

[Техническа информация: 17](#_Toc34604176)

[Система за контрол на версиите: 17](#_Toc34604177)

[Използвани технологии: 17](#_Toc34604178)

[Компилиране 17](#_Toc34604179)

[Инсталиране: 18](#_Toc34604180)

[Потреибителски интерфейс: 19](#_Toc34604181)

[Generate Transformation 20](#_Toc34604182)

[Transform/Result група 20](#_Toc34604183)

[Rotate 20](#_Toc34604184)

[Translate 21](#_Toc34604185)

[Scale 21](#_Toc34604186)

[Object Matrix 21](#_Toc34604187)

[Result 21](#_Toc34604188)

[Invert 21](#_Toc34604189)

[Matrix View 22](#_Toc34604190)

[Preview group 22](#_Toc34604191)

[Прилагане на трансформацията на обектите в модела 22](#_Toc34604192)

[Използвана литература: 22](#_Toc34604193)

# Въведение

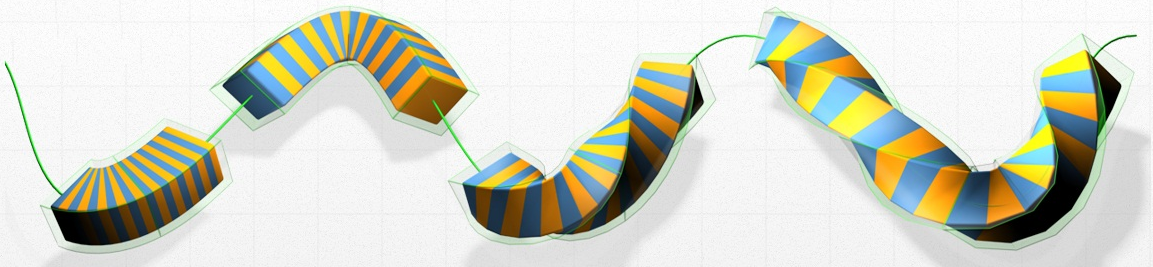
Векторите и матричните трансформации са най-широко използваният метод за моделиране на геометрия в областта на компютърната графика. Заедно с координатните системи, които дефинират, те са в основата на всяко приложение за проектиране и 3D моделиране, както и на видео игрите. Чрез тях моделите, дефинирани с точки или математически функции, могат да се комбинират, преоразмеряват и огъват. Матрици отговарят и за промяната на позицията на камерата в играта, проекцията на пейзажа, също и за движението играча и обектите.

Това приложение-самоучител има за цел да покаже основите на матричните трансформации, като предоставя интерактивни възможности за създаване и композиране на матрични трансформации. Потребителите имат възможност да избират от различни видове трансформации, като задавайки необходимите параметри, се генерира съответната матрица. За да покаже, че умножението на матрици не е комутативна операция, приложението предоставя възможност за наслагване на различни трансформации и лесна промяна на реда им. Всяка промяна се визуализира в интерактивна компонента. Интерактивната компонента има и възможност за постъпково проследяване на трансформацията.

Приложението е разработено като допълнителен модул към програмата за 3Д моделиране и дизайн Vectorworks версия 2019. В самата програма потребителят може да моделира различни геометрични форми, върху които да се прилагат матрични трансформации. След композирането на жалната трансформация, тя може да бъде приложена върху входния обект, променяйки го в модела.

Фиг.: създаване на сложни (многокомпонентни) обекти чрез позициониране на прости компоненти

  
Фиг.: Форми, постигнати чрез усукване и превиване на паралелепипед.



# Матрични трансформации

## Определение на Трансформация:

функция, която задава съответствие между две множества/две пространства/две координатни системи.

В математиката, матрица представлява правоъгълна таблица от елементи, най-често числа (числова матрица). Елементите на матрицата могат да бъдат от произволно алгебрично поле, обикновено реални числа. Матрица от тип m × n над поле F се нарича матрица, елементите на която са от полето F и има m реда и n стълба. За целите на компютърната графика се ползват матрици 3 × 3 или 4 × 4, в зависимост от трансформацията.

## Вектор

За разберем матриците и координатните системи, важно е понятието Вектор.

В математиката и физиката вектори се наричат елементите на линейните алгебрични пространства. Най-често те се отъждествяват с размерностите си представяния като наредени n-орки от съответното числово поле – обикновено тройки или четворки реални числа. Векторът (понякога наричан геометричен или пространствен вектор) е геометричен обект, който има величина (или дължина) и посока и може да бъде добавен към други вектори, съгласно с векторната алгебра. В евклидовата геометрия векторът често се представя от част от линия с определена посока.

Чрез вектори се описват и координатните системи: ако с (, , ) означим единичните вектори (спрямо метриката на координатната система) съответстващи на осите (Ox, Oy, Oz), то всеки вектор P(a, b, c) = a\*i + b\*j + c\*k.



=a\*+b\*+c\*

, , са линейно независими вектори (наричат се декартов базис).

## Координатни системи.

Има различни координатни системи, чрез които могат да се дефинират представянията на моделите, същите които определят и трансформациите.

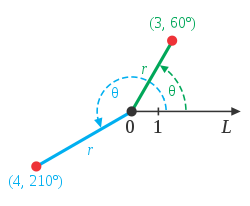
### Декартова

Тримерна декартова координатна система се състои от три взаимно перпендикулярни прави, които чрез избиране на положителна посока върху тях се превръщат в оси на системата, пресичащи се в точка О - начало на системата. Хоризонталната ос Ох се нарича абсцисна ос (от лат. abscissa - "отрязък'), а вертикалната ос Oy- ординатна ос (от лат. ordinatus - "подреден"). Координатата Oz, която определя височината в пространството, се нарича апликата (от лат. applicata - "приложен", "добавен"), а оста - апликатна ос. Върху всяка ос се избира мерна единица за измерване дължините на отсечките. Положението на всяка точка се определя с координати х, y и z, които са проекциите ѝ върху трите оси – тройката (a, b, c).



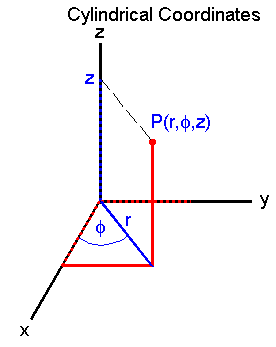
### Полярна координатна система (в 2D)

Полярна координатна система е двумерна координатна система, в която всяка точка в равнината се определя с две числа – полярен ъгъл и полярен радиус. Полярната координатна система е особено полезна в случаите, когато връзката между точките е по-лесна за изразяване чрез радиуси и ъгли, докато в декартова координатна система тази връзка може да се изрази математически само чрез прилагането на тригонометрични уравнения. Полярната система съдържа лъч при 0 градуса, който се нарича полярна ос. Точката, от която излиза полярната ос, се нарича начало или полюс. Всяка точка в равнината се определя от двете полярни координати: радиална и ъглова. Радиалната координата съответства на разстоянието от точката до началото. Ъгловата координата, която се нарича полярен ъгъл или азимут и се означава с θ , е равна на ъгъла, на който полярната ос трябва да се завърти срещу часовниковата стрелка, за да достигне тази точка. Определената по този начин радиална координата може да приема значения от нула до безкрайност, а ъгловата координата се изменя в границите от 0° до 360°. Понякога за удобство областта от възможни значения на полярната координата може да бъде разширена извън границите на пълния ъгъл или да ѝ се присвоят отрицателни стойности, което съответства на завъртане на полярната ос в посока, обратна на часовниковата стрелка.



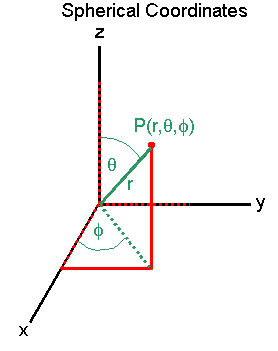
### Цилиндрична координатна система

Разширение на полярната 2D координатна система с добавяне на ос Oz. всяка 3D точка се определя от тройката (r, Φ, z). Аналогично на декартовата, трета координата задава височината на точката в пространството, проектирана върху местоположението определено в полярни координати.



### Сферична координатна система:

Разширение на полярната 2D координатна система с добавяне на ъгъл. Положението на точката се представя с тройка сферични координати ( r , θ , φ ), където r е полярния радиус на точката, φ е нейния азимут, а θ е полярния ѝ ъгъл. За дефиниция на сферична координатна система се избира полярната ос Z и перпендикулярна на Z равнина. Върху равнината се избира лъч с начало O, който определя референтния вектор за измерване на азимута (обикновено оста X).



# Видове трансформации:

Разглеждаме два основни вида трансформации – афинни и неафинни.

## Афинни трансформации:

За тях е характерно, че запазват паралелността на линиите и съхраняват пропорциите върху паралелни линии. Не е задължително да се запазват ъглите между линиите, както и не е задължително да съхраняват пропорциите върху непаралелни линии.

### Скалиране

Матрица на скалиране задава коефициенти за умножение на всяка координата (sx, sy, sz). Това променя размерността на координатната система и обектите описани в нея се скалират.

Скалиране с коефициент S по всички оси:

x’ = sx x

y’ = sy y

z’ = sz z

V матрична форма това изглежда така:



*x*

*z*

*y*

### Ротация

Задава се чрез ъгъл θ и ос на завъртане. Този тип трансформация завърта останалите оси около избраната на съответния ъгъл.

ротация около оста Oz:

x’ = x cos(θ) – y sin(θ)

y’ = x sin(θ) + y cos(θ)

z’ = z

в матрична форма това изглежда така:



*x*

*z*

*y*

### Транслация

Транслацията е преместване на модела на някакво разстояние, задава се чрез вектор на отместване (tx, ty, tz):

x’ = x + tx

y’ = y + ty

z’ = z + tz

В матрична форма може да се запише така:



За да се стигне до унифицирано матрично представяне се добавя четвърта координата h:

или където 

h се нарича също скалиращ коефициент. Това се нарича представяне чрез хомогенни координати. Ако h = 1, то транслацията в матрична форма ще е:



### Скалиране и ротация с хомогенна координата система:

Скалиране:



Ротация около оста Oz:



### Наклоняване (shearing)

Наклоняването представлява отместване на точките на модела спрямо тяхната позиция. Задава се като добавяне на множество от един ред или колона към друга.

Наклоняване по оста Ox:

x’ = x + hy

y’ = y

z’ = z

В матрична форма това изглежда така:



*x*

*z*

*y*

Обобщено за всички видове наклонявания, това може да се представи като:

x’ = x + h1\*y + h1\*z

y’ = y + k1\*x + k2\*z

z’ = z + l1\*x + l2\*y

В матрична форма това изглежда така:



### Отражение:

Отражението е трансформация, при която се получава огледален образ на модела.

Отражение по оста Ox:

x’ = (-1) x

y’ = y

z’ = z

В матрична форма това изглежда така:

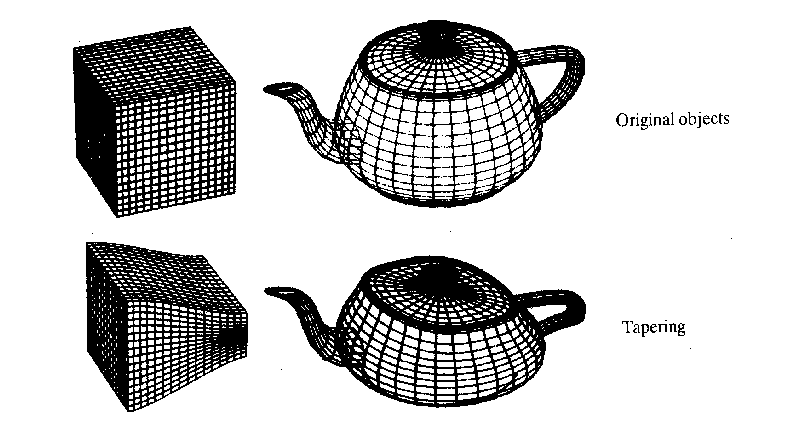


## **Неафинни трансформации:**

При тях за паралелни линии не е необходимо запазване на паралелността им, както и пропорциите им.

### Заостряне (tapering):

Това е трансформация, при която точките се трансформират използвайки математическа функция върху някоя от осите. Обикновено колкото по-голяма става координата на точката по съответната ос, толкова по-голямо е отместването или обратното.

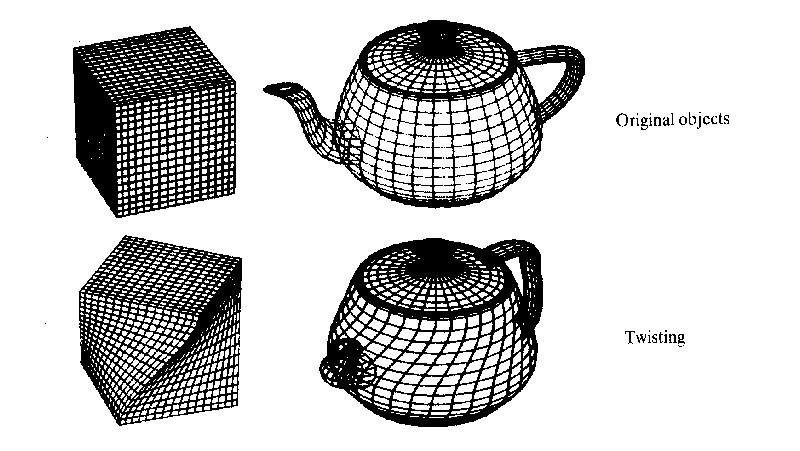


В матрична форма това изглежда така:



### Усукване (twisting)

Матрица на усукване се задава чрез ъгъл и ос. При усукването с движението по избраната ос се добавя ротация към модела.

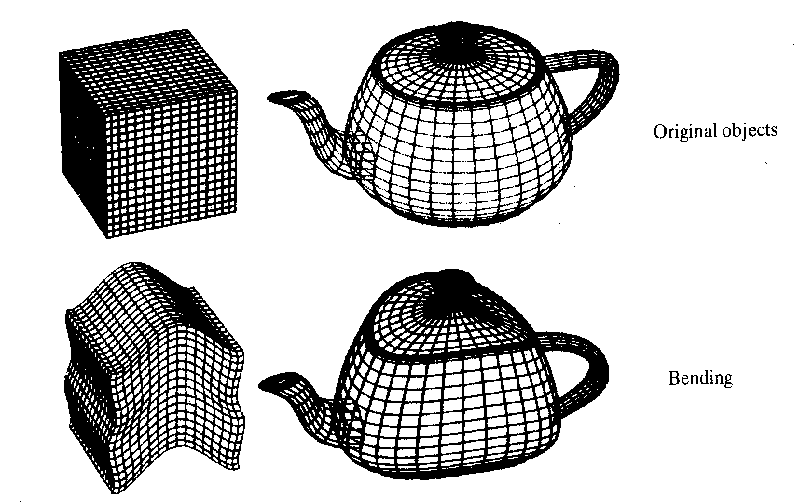


в матрична форма това изглежда така:



### Превиване (bending):

Превиването се задава чрез една или няколко функции по някоя зададена ос. Чрез използването на различни функции могат да се създават много видове трансформации.



в матрична форма това изглежда така:



## Композиция от трансформации:

Ако искаме да трансформираме по няколко начина едновременно един и същ модел се използва композиция от трансформации. Първо се дефинира всяка една от матриците, а след това те се умножават. Важно е да се отбележи, че редът на прилагане е от значение, тъй като това определя последователността на трансформиране.

# Техническа информация:

## Система за контрол на версиите:

За контрол на версиите е използван GitHub.com. Това е онлайн система, базирана на Git и е широко използвана. Системата е безплатна за употреба за проекти с отворен код. Адресът на този проект е: [*https://github.com/yordan-milkov/TransformMatrix*](https://github.com/yordan-milkov/TransformMatrix)

## Използвани технологии:

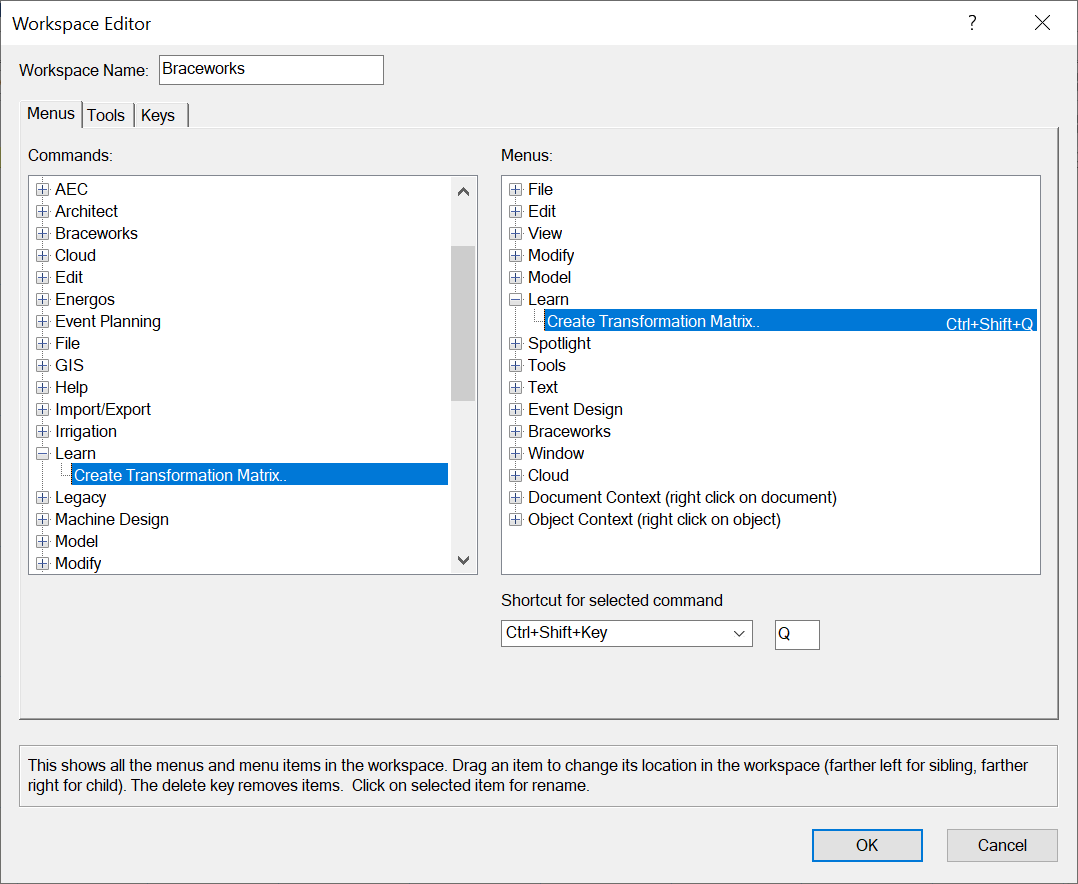
Приложението е разработено като разширение на програмата Vectorworks 2020 и използва VWSDK на съответната версия. SDK билиотеките са изтеглени от сайта на програмата, като включват инструкции и изисквания. Библиотеките са създадени на Visual Studio 2019 и използва tool-set версия ХХХ . Те включват и основните хедър файлове (.h) които се изполват за компилиране. Към библиотеките има и приложени примерни проекти, използвани за основа на текущатата разработка.

## Компилиране

На проекта във Visual Studio се задават библиотеките, които могат да се използват. Изходният код представлява динамично свързвана библиотека, компилирана на 64 битова архитектура. Към изходния код се добавя и специален файл, който съдържа ресурсите, използвани от приложението. Те позволяват използването на различен език в потрбителския интерфейс, без промяна на програмия код. Също така там се съдържат файловете с изображения, както и файловете с оформлението на дилозите.

## Инсталиране:

Изходните файлове – динамичната библиотека и ресурсите се поставят в потребителската папка на приложението, поддиректория Plug-ins. Потребитеската папка на приложенито може да бъде открито през интерфейса на Vectorworks 2020 – от меню Tools изберете Options, Vectorworks Preferences. В показалия се диалог отворете таба User Folder, където ще откриете пътят до нея във файловата система, както и бутона Explore.. който ще я отвори в Windows Explorer. Уверете се, че сте изключили Vectorworks 2020 преди да преминте към копирането на файловете на разширението Transform Matrix в поддиректория Plug-ins. Стартирайте отново Vectorworks 2020 от меню Tools и навигирайте до Workspaces, Edit Current Workspace. От отврения диалог, таба Menus, от Commands, категория Learn, добавете меюто Create Transform Matrix на желаното място в Menus дървото. Затворете диалога с ОК. Меню командата трябва да е достъпна в лентата с менютата.



# Потреибителски интерфейс:

За да започнете работа с приложението, първо трябва да бъде създаден и маркиран поне един обект в модела. След това се стартира менюто Create Transform Matrix... , като избраните обекти ще бъдат трансформирани чрез създадената матрица. Ако нито един обект не е маркиран, стартиране на менюто показва съобщение за грешка.

Отваря се основния контролен диалог. Той се състои от 3 основни групи. В ляво се намира групата за генериране на трансформация (Generate Transformation). В централната група Transform се визуализира дефиницията за конкретната трансформация, други настройки и стойностите на клетките на матрицата. Вдясно в гупата Preview се намира интерактивния екран, където може да се проследява трансформацията върху обектите в различни настройки за визуализация.

## Generate Transformation

От тази група може да се добавят, премахват и редактират трансформационни матрици. Първо е дадена възможност за определяне на центъра на координатната система, в която е трансформацията. Потребителят може да избира между глобалния център на модела, както и точките на центъра и на ъглите на обграждащия куб.  
Следва таблицата с всички създадени до момента трансформационни матрици, както последният елемент Result съдържа данните за резултата от умножението на матриците. За всеки ред в списъка се съдържа информация за последователността на трансформацията, дали да се прилага при пресмятане на резултата, както и името ѝ. Списъкът винаги е сортиран по колоната # , и чрез влачене с мишката на някой от редовете, последователността на трансформациите се променя. Тикчето в колоната Use показва дали конкретната трансформация да е част от композицията или да не се пресмята. Последната колона Name съдържа уникалното име на матрицата.  
Следва бутон за добавяне на нова матрица – Add. При натискането му, потребителят въвежда името на следващата трансформация в диалог. Ако такова име вече съществува, диалога се показва наново до въвеждане на валидно име или отказ от операцията. След него е бутона Rename, чрез който може да се редактира името на избраната в трансформационна матрица. Това става през диалог, аналогичен на този за добавяне. Бутона Remove изтрива селектираната матрица от списъка с трансформации.

## Transform/Result група

Спрямо избрания в таблицата ред, в Transform/Result групата се визуализират данните на трансформационната матрица. Ако е избран ред с трансформация от композицията, то групата се нарича Transform и дава възможност за редактиране матрицата. Първо е изписано името на трансформацията. Следва контролата Transformation type, която определя типа на трансформацията. Различните типове трансформации определят изгледа на останалата част от Transform групата.

### Rotate

Първата възможна трансформация е ротация. Този тип трансформация върти геометричната фигура по зададен вектор и ъгъл на ротация. От показаната група с радио бутони Rotate on се избира ос на ротация. Тази група съдържа четири възможности – X, Y, Z и Asix. При избиране на Asix, потребителят може да конфигурира вектор, който да служи за ос. За тази цел контролите за въвеждане на цяло число на следващия ред, с етикети X, Y и Z, стават активни. Следва бутон Normalize, който променя дължината на вектора до 1 – нормала. Използване на ненормализиран вектор води до създаване на неортогонална матрица – скалиране по оста на ротация. Следва поле за въвеждане на градуса на ротация.

### Translate

Следващата трансформация позволява транслация на обекта. Транслацията премества геометричният обект в пространството по зададен вектор. При избор на тази трансформация, потребителят може да въведе реални числа, които да формират вектора в полетата означени с X, Y и Z.

### Scale

Друга възможна трансформация е скалиране. Скалирането увеличава или намалява обектите като променя дължината на X, Y или Z векторите, които дефинират матрицата. За всеки един от векторите потребителят може да въведе реално число – скалар, с което да бъде умножен. Следва контрола, в която може да се отбележи дали скалирането да е симетрично или асиметрично. Ако се избере симетрично скалиране, след всяка промяна на някоя от стойностите, тя автоматично ще се прилага и на останалите стойности на вектора.

### Object Matrix

Голяма част от обектите във Vectorworks използват матрична трансформация, за да дефинират ориентацията и позицията си в координатната система на модела. Чрез тази матрица геометрията, създадена около своя собствена координатна система, се трансформира до позицията си в модела. Приложението позволява тази матрица да бъде прочетена и да се използва чрез опцията Object Transform. При нейното избиране се визуализира текст с името на избрания обект и бутон Pick Object. Ако няма избран валиден обект, вместо име е изписано <No object picked>, и е представена от единичната матрица в композицията. При натискане на бутона Pick Object, диалога се затваря и чрез интерактивен тул потребителят избира обект, чиято матрица да бъде използвана. При избиране на обект в документа, потребителят трябва да въведе уникално име на обекта, ако такова няма. При приключване работата на тула, диалога отново се отваря. Ако успешно е избран обект, неговото име ще бъде изписано, а матрицата ще бъде визуализирана. След това потребителят може да избере дали да използва ротацията и/или транслацията от извлечената матрица за пресмятане на резултата.

### Result

Ако от таблицата с трансформации е избран Result, то групата Transform ще се нарича Result и ще съдържа информация за матрицата резултат от композицията. Първо е изписана информация дали трансформацията е афинна и дали е ортогонална. Следва групата Euler Angles, от която се избира нотация, в която да бъдат пресмятани Ойлеровите ъгли.

### Invert

Следващите два елемента се отнасят до всяка една матрица, която може да се покаже в Transform групата. Първо е чекбокса Invert, който заменя избраната матрица с обратна ѝ.

### Matrix View

Следва подгрупата Matrix View, където в таблица с размер 3 колони на 4 реда са показани стойностите на матрицата. Редовете са обозначени като U, V, W и Offset векторите, а колоните с координатите X, Y и Z. Всяко поле в таблицата е попълнено със съответния елемент от матрицата. Ако от последващата възможност Show Formula е избрана, то вместо стойността на клетката, в полето е изписана формулата, по която е получена. Тази опция е винаги изключена при показване на матрица на обект, както и за матрицата на резултата.

## Preview group

Следва групата за интерактивно проследяване на трансформациите. Там, в прозорец с визуализация на модела, е показан входния обект и резултата след като е бил трансформиран през композираната матрица. Под този прозорец са настройките, които могат да бъдат прилагани към изгледа. Първата е View, която контролира ъгъла на камерата на визуализацията. Тази контрола съдържа списък със стандартните изгледи. Следва Render, която контролира как се създава визуализацията – 3D рендер в OpenGL, само линии в Wireframe, или само видимите от изгледа линии – Hidden Line. За визуализацията на входния обект има два варианта – представен детайлно от самата входна геометрия, или опростената до обграждащия ѝ куб. Това се избира от чекбокса Detailed Preview, който по подразбиране е изключен.  
Потребителят може да проследи как трансформацията се изпълнява прогресивно, използвайки сайдера най-долу. Когато е в най-дясно положение, това е пълната, завършена трансформация, а когато е най-вляво – няма приложена трансформация. Проследяването на трансформацията показва нагледно как реда на умножение на матриците се отразява на модела. Това е близко до човешката представа за местене, въртене и разпъване в пространството около нас, което го прави по-лесно за разбиране.

## Прилагане на трансформацията на обектите в модела

Винаги при затваряне на диалога, създадената до момента трансформация ще бъде запазена за следващата сесия. При затваряне със системен бутон X или Close, нищо в модела няма да се промени. Но ако бъде избран бутона Transform, то на избраните в модела обекти ще бъде приложена резултатната матрица, така както е създадена. Ако резултатната матрица не е ортогонална, поради системни ограничения, геометрията на всички трансформирани обекти ще бъде превърната в Mesh обекти.

# Използвана литература:

Материали за трансформации, разработени съвместно с колеги за целите на друг университетски курс.

Допълнителна информация - bg.wikipedia.org/ - Страници за тях от българската версия на Wikipedia.

Video Demo от Vectorwroks 2018.

Изображения - Свалени с учебни цели от различни сайтове за трансформации.

http://mathworld.wolfram.com/Matrix.html